

## RIPASSO DI MATEMATICA FRAZIONI

### SOMMA:

$$\frac{5}{4} + \frac{1}{3} = \begin{cases} \text{a) Trovo m.c.m. tra i denominatori} \\ \text{b) il risultato diventa il nuovo denominatore} \end{cases}$$

$$= \frac{15+4}{12} = \begin{cases} \text{a) eseguo la divisione tra il nuovo denominatore con il denominatore della prima frazione (12 : 4 = 3)} \\ \text{b) multiplico il risultato con il numeratore (3 \cdot 5 = 15)} \\ \text{c) eseguo la stessa operazione con le altre frazioni} \end{cases}$$

$$= \frac{19}{12} \quad \text{sommo i numeratori}$$

### SOTTRAZIONE:

$$\frac{5}{4} - \frac{1}{3} = \begin{cases} \text{a) Trovo m.c.m. tra i denominatori} \\ \text{b) il risultato diventa il nuovo denominatore} \end{cases}$$

$$= \frac{15-4}{12} = \begin{cases} \text{a) eseguo la divisione tra il nuovo denominatore con il denominatore della prima frazione (12 : 4 = 3)} \\ \text{b) multiplico il risultato con il numeratore (3 \cdot 5 = 15)} \\ \text{c) eseguo la stessa operazione con le altre frazioni} \end{cases}$$

$$= \frac{11}{12} \quad \text{sottraggo i numeratori}$$

### PRODOTTO:

$$\frac{3}{4_2} \cdot \frac{2^1}{7} = \text{se posso semplifico in croceo verticalmente (mai orizzontalmente)}$$

$$= \frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 7} = \text{multiplico} \begin{cases} \text{numeratori con numeratori} \\ \text{denominatori con denominatori} \end{cases}$$

$$= \frac{3}{14}$$

### DIVISIONE:

$$\frac{3}{7} : \frac{9}{14} =$$

$$= \frac{3^1}{7_1} \cdot \frac{14^2}{9_3} = \begin{cases} \text{a) il diviso lo trasformo in per e della seconda frazione considero il suo reciproco} \\ \text{(Es. reciproco di } \frac{4}{3} \text{ è } \frac{3}{4}; \text{ reciproco di } 2 \text{ è } \frac{1}{2}) \\ \text{b) se posso semplifico in croceo verticalmente} \end{cases}$$

$$= \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 3} = \text{multiplico} \begin{cases} \text{a) numeratori con numeratori} \\ \text{b) denominatori con denominatori} \end{cases}$$

$$= \frac{2}{3}$$

### ELEVAMENTO A POTENZA:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} \quad (\text{elevo a potenza sia il numeratore che il denominatore}) = \frac{8}{27}$$

---

Calcola le seguenti espressioni con le frazioni:

$$1) \left(\frac{7}{4} + \frac{1}{8} - \frac{3}{2}\right) \cdot \frac{8}{9} + \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{4} - \frac{1}{2}\right) : 13 = \quad (5/12)$$

$$2) \frac{5}{18} \cdot \left(2 - \frac{4}{5}\right) : \frac{1}{2} + \left(1 + \frac{1}{9}\right) : 2 + \frac{1}{9} = \quad (4/3)$$

$$3) \frac{4}{5} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{21}{20}\right) \cdot \frac{9}{2} + \frac{9}{10} : \left(4 - \frac{2}{5}\right) = \quad (3/8)$$

$$4) \left(2 + \frac{1}{4}\right) : \frac{3}{5} : \left[\frac{3}{4} + \frac{4}{3} \cdot \left(2 + \frac{1}{4}\right)\right] + \frac{1}{4} = \quad (5/4)$$

$$5) \left[\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{5}{4} + \frac{7}{8}\right) - \frac{1}{6}\right] : \frac{5}{36} + \frac{3}{25} : \frac{3}{5} = \quad (5)$$

$$6) \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left[\left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(1 - \frac{7}{10}\right) - \frac{7}{8}\right] : \left[\left(1 - \frac{2}{5}\right) + \frac{1}{10}\right] = \quad (3/4)$$

$$7) \left\{\left[\left(1 - \frac{5}{7}\right) + \frac{1}{2}\right] : \left[\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{9}\right]\right\} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) = \quad (3/2)$$

$$8) \left\{\left[\left(1 + \frac{5}{8}\right) : \left(2 - \frac{3}{8}\right)\right] + \left[\left(\frac{5}{4} : \frac{5}{6} + \frac{2}{3}\right) : \frac{13}{2}\right]\right\} : \left(1 + \frac{1}{3}\right) = \quad (3/2)$$

## NUMERI INTERI RELATIVI

I numeri: .....-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,4,..... si chiamano **interi relativi**

I numeri che hanno lo stesso segno si dicono concordi, mentre quelli che hanno segno diverso si dicono **discordi**. (-3 e -7 sono concordi, mentre -3 e 7 sono discordi).

Il **valore assoluto** di un numero è il numero senza segno che lo precede, lo si indica con il simbolo  $| |$  ed è sempre positivo

Ad esempio il valore assoluto di +5 è 5:  $|+5| = 5$ ; il valore assoluto di -6 è 6:  $|-6| = 6$

### Addizione tra i numeri relativi

Bisogna distinguere in due casi:

**Esempi:**

1. somma di due numeri **concordi** è un numero che ha:
  - per valore assoluto la somma fra i valori assoluti
  - per segno lo stesso segno dei due numeri

$$(+4) + (+5) = +4 + 5 = +9$$

$$(-3) + (-7) = -3 - 7 = -10$$

2. somma di due numeri **discordi** è un numero che ha:
  - per valore assoluto la differenza fra il maggiore e il minore dei valori assoluti
  - per segno quello del numero che ha il valore assoluto maggiore

**Esempi:**

$$(+15) + (-3) = +15 - 3 = +12$$

$$(12) + (+4) = -12 + 4 = -8$$

---

Calcola

+7-5=	-8-4=	+3-4=	+10-5=
-3+2=	-2+3=	-4+(-8)=	-4+8=
+2-2=	-2-15=	-3+____=+5	-2-____=-10
23-13+(20-40)=	sol: -10	10-7+(-13+8)=	sol: -2

---

### Sottrazione tra due numeri relativi

La differenza tra due numeri relativi è la somma del minuendo con l'opposto del sottraendo.

**Esempio:**

$$(+4) - (+5) = +4 - 5 = -1$$

---

Calcola

-2-(+4)=	-2-(-3)=	4-(-4)=	2-3=
-2+(-3)-(+5-2)=	sol: -8	-5+(-7)-(-3)-(-2)	sol: -7
8-(15-3+5)-6=	sol: -15	-4-(4+2-8)=	sol: -2
(-12-8)-(+3-7)=	sol: -16	(6-2)+(-3+5)-(-7+3)-(4+6)	sol: 0

$$-(+5-2)-(-2+5)-(-2-5)-(+2+5)$$

sol: -6

### Moltiplicazione tra numeri interi

<p>Il prodotto di due numeri interi è un numero intero che ha:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ per valore assoluto il prodotto dei valori assoluti per segno il segno positivo se i fattori sono concordi, negativo se i fattori sono discordi</li> <li>○ Per la divisione vale la stessa regola</li> </ul>	<p><b>Esempio:</b></p> $(+4) \cdot (+5) = +20$ $(+15) \cdot (-3) = -45$ $(+40) : (+5) = +8$ $(+15) : (-3) = -5$	<p><b>Regola dei segni:</b></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>•</td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>+</td> <td style="color: red;">+</td> <td style="color: red;">-</td> </tr> <tr> <td>-</td> <td style="color: red;">-</td> <td style="color: red;">+</td> </tr> </table>	•	+	-	+	+	-	-	-	+
•	+	-									
+	+	-									
-	-	+									

Calcola:

$$(-2) \cdot (-5) =$$

$$(-2) \cdot (+5) =$$

$$(-5) \cdot (+2) =$$

$$(+2) \cdot (+5) =$$

$$(-8) : (-2) =$$

$$(-8) : (+2) =$$

$$(-3) + (-2) \cdot (+5) - (2 - (+3)) \quad \text{sol: } -14$$

$$3 - 5 \cdot (-2) + (-1) \cdot (-2) \quad \text{sol: } 15$$

$$(-4) \cdot (-1 - 2 - 3) + (-7) \cdot (-2 + 5 - 6) - (-3) \cdot (-2 - 5)$$

sol: 24

$$-2 + 6 \cdot [(-3) \cdot (-5) - 12] \cdot (-2) + (-5) \cdot (-10 + 3 + 1)$$

sol: -8

Completa:

$$(\quad) \cdot (+3) = -6$$

$$(-3) \cdot (-5) = \quad$$

$$(-8) \cdot (\quad) = +40$$

$$(-12) \cdot (\quad) = 0$$

$$(-7) \cdot (+3) = \quad$$

$$(+21) : (-3) = \quad$$

$$(-36) : (-9) = \quad$$

$$(-12) : (\quad) = -6$$

$$(\quad) : (-5) = +20$$

### ESERCIZI SVOLTI

**264**  $-1 + (-2) \cdot (+5) - (+8) : (-2) + (-3) =$

$$= -1 + (-10) - (-4) + (-3) = -1 - 10 + 4 - 3 = -10$$

**265**  $-5 + (-9 - 3) : (-2 + 5) - (-5) \cdot (-2) + 1 =$

$$= -5 + (-12) : (+3) - (+10) + 1 =$$

$$= -5 + (-4) - 10 + 1 = -5 - 4 - 10 + 1 = -18$$

**266**  $-5 + [-9 - 3 : (-2 + 5) - (-5)] \cdot (-2) + 1 =$

$$= -5 + [-9 - 3 : (+3) + 5] \cdot (-2) + 1 =$$

$$= -5 + [-9 - 1 + 5] \cdot (-2) + 1 =$$

$$= -5 + (-5) \cdot (-2) + 1 = -5 + 10 + 1 = 6$$

**267**  $3 - \{2 + [-3 + 40 : (-5) - 2 \cdot (-3)] - [(-5) \cdot (-2) - (2 \cdot 5 - 4)]\} =$

$$= 3 - \{2 + [-3 + (-8) - (-6)] - [ +10 - (10 - 4)]\} =$$

$$= 3 - \{2 + [-5] - [10 - 6]\} = 3 - \{2 - 5 - 4\} = 3 - (-7) = +10$$

## PROPRIETA' DELLE POTENZE

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16 \quad \text{Il } 2 \text{ si chiama } \mathbf{base}, \text{ il } 4 \text{ si chiama } \mathbf{esponente}$$

4 volte

### 1. Prodotto di potenze con la stessa base

Il prodotto di due potenze con la stessa base è una potenza che ha:

- a) come base la stessa base
- b) come esponente la somma degli esponenti

Esempio:

$$3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$$

### 2. Quoziente di potenze con la stessa base.

Il quoziente di due (o più) potenze con la stessa base è una potenza che ha:

- a) come base la stessa base
- b) come esponente la differenza degli esponenti

Esempio:

$$(-2)^5 : (-2) = (-2)^4$$

### 3. Potenza di potenza.

Per eseguire la potenza di potenza si moltiplicano tra loro gli esponenti.

Esempio:

$$(3^2)^3 = 3^{2 \cdot 3} = 3^6$$

### 4. Moltiplicazione e divisione di potenze con stesso esponente

Il prodotto (o il quoziente) di potenze con lo stesso esponente è una potenza che ha:

- a) come base il prodotto (o il quoziente) delle basi
- b) come esponente lo stesso esponente

Esempio:

$$2^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 5)^3 = 10^3$$

$$40^2 : 8^2 = (40 : 8)^2 = 5^2$$

NB: **qualsiasi numero elevato a zero dà sempre 1**     $4^0 = 1$      $(-3)^0 = 1$      $(123)^0 = 1$

Completa usando la terminologia corretta:

Calcola  $2^2 \cdot 2^4 = \dots$ . Nel prodotto tra ..... aventi la stessa base, la ..... rimane la stessa e come ..... si fa la ..... degli .....

Calcola  $2^{12} : 2^4 = \dots$  nella divisione tra ..... aventi la stessa base, la ..... rimane la stessa e come ..... si fa la ..... degli .....

Calcola  $(2^2)^4 = \dots$ . Nella potenza di ....., la ..... rimane la stessa e si fa il ..... degli .....

Applica le proprietà delle potenze

$2^3 \cdot 2^4 \cdot 2 =$

$3^2 \cdot 3^5 \cdot 3^4 =$

$5^2 \cdot 5 \cdot 5^8 =$

$2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^4 =$

$3^5 : 3 =$

$4^7 : 4^3 =$

$(4^9 : 4^6) \cdot 4^2 =$

$(2^6 \cdot 2^4) : 2^7 =$

$30^3 : 6^3 =$

$8^6 \cdot 2^6 =$

$(12^8 : 4^8) \cdot 3^2 =$

Come risolvere una espressione con le potenze (osserva attentamente tutti i passaggi):

$$\begin{aligned}
 & (3^0 + 4^7 : 4^3 - 3) - \{ [3 + (6^3 : 3^3 + 20^5 : 20^4)] - (2^6 : 2^2 - 3^2 + 2^2) \} = \\
 & \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 & (1 + 4^3 - 3) - \{ [3 + (2^3 + 20)] - (2^4 - 9 + 4) \} = \\
 & \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 & (1 + 64 - 3) - \{ [3 + (8 + 20)] - (16 - 9 + 4) \} = \\
 & \swarrow \quad \swarrow \quad \swarrow \quad \swarrow \quad \swarrow \\
 & (62) - \{ [3 + 28] - 11 \} = \\
 & \swarrow \quad \swarrow \\
 & 62 - \{ 31 - 11 \} = \\
 & \swarrow \\
 & 62 - 20 = 42
 \end{aligned}$$

Risolvi le seguenti espressioni applicando dove è possibile le proprietà delle potenze

- 1)  $[(2^2 \cdot 3^2 - 4^2) : 2^2 + (8^2 - 5 \cdot 2^3) : 2^3] : [(5^2 + 3 \cdot 13) : 2^3] =$  [1]
- 2)  $(2^3 \cdot 3 + 5^2) : 7^2 + [(9^3 : 9^2 + 10^2 : 2^2) : (2^4 + 1) + 2^3]^2 : (2^2 \cdot 5) =$  [6]
- 3)  $2^9 : 2^3 - 3 \cdot [3^7 : 3^4 - (2^4 + 2^3) : (3^3 : 3 - 3) - 2^2 \cdot 5]^2 - (1 + 2^5) =$  [4]
- 4)  $6^4 : 3^4 + [(2^5 : 2^3)^2 - 3 \cdot (5^3 : 5^2)] \cdot 2 - (3^4 \cdot 3^2 : 3^3 + 1) : 7 =$  [14]

#### POTENZE E FRAZIONI

- 1)  $\left[ \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} : \left( 2 - \frac{5}{4} \right) \cdot \left( 1 - \frac{1}{4} \right) \right]^2 - \left( \frac{1}{3} \right)^4 : \left( \frac{1}{3} \right)^2$  [1/3]
- 2)  $\left\{ \left[ \left( 4 - \frac{5}{4} \right) \cdot \frac{1}{2} - \left( 1 - \frac{1}{4} \right) \right] : \left( 1 - \frac{1}{2} \right)^3 \right\}^2$  [25]
- 3)  $\left\{ \left[ \left( 2 - \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{1}{5} - \frac{1}{12} \right] : \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right\}^2 : \frac{1}{3} + \left( 1 - \frac{2}{3} \right)$  [2/3]
- 4)  $\left( \frac{3}{5} \right)^2 + 3 \cdot \left( 5 + \frac{2}{5} \right) \cdot \left( \frac{1}{3} \right)^2 + \left( 2 - \frac{6}{5} \right)^2$  [14/5]
- 5)  $\left( \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right)^3 : \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) - \frac{5}{12}$  [5/18]

## GEOMETRIA

- 1) Disegna su di un piano cartesiano il poligono avente per vertici i seguenti punti A(+3; +2), B(+15; +2), C(+15; +7) e D(+3; +7). Di quale figura si tratta?
- 2) In un piano cartesiano rappresenta i punti di coordinate A(-3; -3), B(3; 0), C(1; 4) e D(-5; 1) fissando come unità di misura il centimetro (due quadretti del foglio corrispondono a un centimetro). Congiungi nell'ordine i punti dati, indica il nome della figura ottenuta e descrivine le proprietà (lati, angoli, ...).
- 3) Rappresenta in un piano cartesiano ortogonale i punti A(0;3), B(3;-1), C(-6;-1) e D(-6;3). Congiungi i punti nell'ordine dato e descrivi le caratteristiche del poligono che ottieni.
- 4) Rappresenta in un piano cartesiano ortogonale i punti A(3,1) B(3,4) C(-1,4) e calcola la lunghezza dei suoi lati.
- 5) Rappresenta in un piano cartesiano ortogonale il rettangolo di vertici A(-1,3) B(3,3) C(3,-2) D(-1,-2), calcola la lunghezza dei lati e della diagonale.
- 6) L'area di un quadrato è  $169 \text{ cm}^2$ ; trova il suo perimetro. Sol:  $52 \text{ cm}$
- 7) Calcola l'area di un parallelogramma la cui base misura  $64 \text{ cm}$  e la cui altezza è  $\frac{5}{8}$  della base. Sol:  $2560 \text{ cm}^2$
- 8) Un trapezio ha l'area di  $144 \text{ cm}^2$  e la sua altezza misura  $8 \text{ cm}$ . Calcola le misure delle due basi, sapendo che una è triplo dell'altra. Sol:  $9 \text{ cm}$ ,  $27 \text{ cm}$
- 9) In rettangolo ABCD la base è  $\frac{4}{3}$  dell'altezza che misura  $9 \text{ cm}$ . Trova la diagonale. Sol:  $15 \text{ cm}$
- 10) In un trapezio isoscele ABCD le basi misurano  $24 \text{ cm}$  e  $18 \text{ cm}$  e il lato obliquo  $5 \text{ cm}$ . Calcola l'area del trapezio. Sol:  $84 \text{ cm}^2$

### Vero o falso? (piano cartesiano)

L'ascissa del punto A (-4; 5) è 5	<b>V</b>	<b>F</b>
Il punto B(2; -3) si trova nel terzo quadrante	<b>V</b>	<b>F</b>
I punti con entrambe le coordinate positive si trovano nel primo quadrante	<b>V</b>	<b>F</b>
Se un punto si trova sull'asse x la sua ordinata è uguale a 0	<b>V</b>	<b>F</b>
Il punto $P(-3; -\frac{1}{2})$ ha ordinata minore di quella del punto $Q(-3; \frac{2}{3})$	<b>V</b>	<b>F</b>
Il punto di coordinate (3; 0) si trova sull'asse y	<b>V</b>	<b>F</b>